**ESERCIZI IPERBOLE NEL PIANO CARTESIANO**

1. E’ data l’iperbole equilatera di equazione .
   1. La si rappresenti graficamente.
   2. Si determini l’equazione generale delle circonferenze tangenti all’iperbole nel punto di coordinate  in funzione del generico raggio *r*, e si scriva l’equazione della circonferenza passante per . *Suggerimento: due curve sono tangenti in un punto se hanno tangente in comune in quel punto.*
   3. Si riferisca l’iperbole agli asintoti e se ne scriva l’equazione (rotazione di 45° in senso antiorario).
   4. Si determini l’area del generico triangolo isoscele, avente un vertice nel punto di coordinate , e gli altri due sul ramo dell’iperbole riferita agli asintoti, contenuto nel primo quadrante. *Suggerimento: la base è il segmento delimitato dai punti intersezione dell’iperbole con la retta *. *Esprimere l’area in funzione del parametro k*).
2. Scrivere l’equazione dell’iperbole equilatera, con un fuoco coincidente con il centro di una circonferenza, tangente agli asintoti nel I e IV quadrante, e di raggio 2. Determinare inoltre:
   1. l’equazione della circonferenza,
   2. i punti P e Q intersezione dell’iperbole con la circonferenza,
   3. le equazioni delle rette tangenti all’iperbole nei punti P e Q (*formula utile: *),
   4. le coordinate del punto R sulla bisettrice del I e III quadrante tale che l’area del triangolo PQR misuri 8,
   5. l’equazione dell’iperbole ruotata di 45° in senso antiorario.
3. Nel fascio di rette parallele alla bisettrice del primo e terzo quadrante, individuare le tangenti all’iperbole di equazione .
4. E’ dato il fascio di funzioni omografiche  al variare di *k*.
   1. Si studi tale fascio, individuandone le rette ed il luogo dei centri.
   2. Per si scriva l’equazione dell’iperbole equilatera nel sistema di riferimento con origine coincidente con il centro della funzione omografica ottenuta, ed assi paralleli alle bisettrici.
5. Sia A il punto di ascissa negativa in cui l’ellisse di equazione  interseca l’asse x, e siano P e Q ,rispettivamente, i punti del primo e quarto quadrante in cui l’ellisse incontra la parallela all’asse y condotta dal fuoco F di ascissa positiva. Dopo aver determinato i punti A,P,Q,F si determini:
   1. Il baricentro del triangolo PAQ,
   2. L’equazione della parabola passante per P,Q,M, essendo M il punto medio di ,
   3. L’equazione della circonferenza, di centro in *F*, e tangente alla mediana uscente dal punto Q,
   4. l’equazione dell’iperbole con un fuoco in F ed avente per asintoti le mediane uscenti da Pe da Q.
6. Calcolare l’area del quadrilatero avente i vertici nei centri delle circonferenze di raggio , tangenti agli asintoti dell’iperbole di equazione .
7. Data l’equazione dell’iperbole , trovare le coordinate dei fuochi.
8. Della seguente funzione: 
   1. si determinino gli asintoti orizzontale e verticale,
   2. le intersezioni con gli assi,
   3. Si tracci il grafico della funzione.

9. Dopo aver definito il luogo geometrico dei punti del piano rappresentato, al variare del parametro , dall’equazione :

1. Si tracci il grafico del luogo geometrico nel caso in cui , e quello delle tangenti alla curva ottenuta, condotte dal punto .
2. Si scriva l’equazione della famiglia d’iperboli con i fuochi sull’asse *y*, il centro nel punto , ed aventi per asintoti le rette .
3. Tra le iperboli della famiglia , si determini quella che interseca la parabola  in quattro punti, vertici di un trapezio di area uguale a .
4. Scrivere l’equazione dell’ellisse con i fuochi nei punti  e , tangente alla retta .

**Soluzioni**

1. a) ; b) ; c); d) .

red

1. ; a) ; b) ; c) ; d) ; e) .

tyhg

1. .

trgf

1. Il centro del fascio ha coordinate, le rette si ottengono ponendo . Il luogo geometrico dei centri si ottiene eliminando il parametro *k* nel sistema formato dalle coordinate dei centri: . L’equazione del luogo è quindi . Per  la funzione omografica ha la forma . Il centro è . E’ possibile ottenere due iperboli equilatere con centro , in base all’attribuzione del ruolo di asse *X* e *Y* alle rette .

Descrizione: Macintosh HD:Users:francescoparigi:Desktop:gjh.pdf  
Scegliendo come asse *X* la retta , il parametro *a* dell’iperbole si può ottenere come distanza , dove . Quindi l’iperbole ha equazione .

Descrizione: Macintosh HD:Users:francescoparigi:Desktop:trt.pdf

1. ; a) ; b) ; c) ; d) .

ede

1. .
2. .
3. Asintoto orizzontale ; asintoto verticale ; *x*-int. ; *y*-int. .

trf

9.

* *Si tratta del luogo geometrico dei punti del piano il cui rapporto delle distanze dal punto e dalla retta è costante ed è uguale a .*
* .

es1es2

* .
* . *L’area del trapezio i cui vertici coincidono con i punti intersezione della generica iperbole con la parabola è quindi:* .
* *La semi-distanza focale ed il semi-asse minore sono tali che:***.**

**es1**

**9.12 Costruzione dell’iperbole con riga e compasso**







*P*

*t*







Si traccia la circonferenza di raggio e centro nel fuoco , e si sceglie un punto *A* su di essa. Sia *t* l’asse del segmento ; *P* , intersezione della semiretta per  e passante per *A*, con l’asse *t*, appartiene all’iperbole, in quanto .

Ripetendo la costruzione per il punto , sia  l’asse del segmento ; , intersezione della retta per  e passante per , con l’asse , appartiene anch’esso all’iperbole poiché .

Con la costruzione sopra abbiamo determinato due punti appartenenti ai due rami distinti dell’iperbole, luogo geometrico tale che .